



Θέματα

1. (α) Δώστε τον ορισμό του ιξώδους, μ , ενός ρευστού. Ποιά ρευστά έχουν ιξώδες και πώς αυτό συνδέεται με τις τάσεις και τις ταχύτητες παραμόρφωσης;

(β) Να βρεθεί η διάσταση του ιξώδους, μ , καθώς και του κινηματικού ιξώδους, ν .

2. (α) Εάν ένα ρευστό είναι σε ισορροπία και η πίεση σε οποιοδήποτε σημείο του είναι συνάρτηση των x, y, z , δηλαδή $p = p(x, y, z)$, και βρίσκεται υπό την επίδραση του πεδίου δυνάμεων \vec{f} , ναδειχθεί ότι $\vec{\nabla}p = \rho\vec{f}$.

(β) Ναδειχθεί ότι σε ρευστό σε ισορροπία, μεταβολές της πίεσης παρατηρούνται μόνο κατά τη διεύθυνση του πεδίου \vec{f} .

3. (α) Δώστε τον ορισμό των ρευματικών γραμμών. Αν θεωρήσουμε την διδιάστατη ροή ομογενούς και ασυμπίεστου ρευστού, να γράψετε την εξίσωση των ρευματικών γραμμών και ναδειχθεί ότι $\Psi = c$, c : σταθερά.

(β) Ναδειχθεί ότι οι οικογένειες των καμπυλών $\Psi = c_1$ και $\Phi = c_2$ τέμνονται ορθογώνια, όπου c_1 και c_2 είναι σταθερές. Πότε συμβαίνει αυτό;

4. (α) Ναδειχθεί ότι η εξίσωση συνέχειας κατά Euler έχει γενικά τη μορφή:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\vec{q}) = 0,$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του ρευστού και \vec{q} η ταχύτητα σε τυχόν σημείο του χώρου.

(β) (i) Να γραφεί η εξίσωση συνέχειας κατά Lagrange.

(ii) Οι συνιστώσες της ταχύτητας ρευστού δίνονται από τις σχέσεις:

$$u_1 = \frac{x_1}{1+t}, \quad u_2 = \frac{2x_2}{1+t}, \quad u_3 = \frac{3x_3}{1+t}.$$

Ναδειχθεί ότι $\frac{\rho_0}{\rho} = x_1 x_2 x_3$, όταν για $t = 0$, $\xi_i = 1$, $i = 1, 2, 3$.